Kohärenz, probabilistische[1]

Bezeichnung für einen wahrscheinlichkeitstheoretisch bestimmten Kohärenzbegriff, der in der Bayesianischen Erkenntnistheorie auf zweierlei Weise verwendet wird.

(1) Probabilistische Kohärenz als Rationalitätsbedingung für (subjektive) Glaubensgrade: Alltagspsychologisch halten wir verschiedene Aussagen für unterschiedlich glaubwürdig, so dass die Stärke von Überzeugungen variieren kann. Für den Bayesianismus sollen solche Glaubensgrade den Bedingungen der synchronen und diachronen Kohärenz unterliegen. Die Glaubensgrade eines Agenten zu einem bestimmten Zeitpunkt sind synchron kohärent, wenn sie den Kolmogorov-Axiomen der Wahrscheinlichkeitstheorie genügen, d.h., wenn Glaubensgrade Wahrscheinlichkeiten sind. Wenn z. B. mein Glaubensgrad, dass es morgen regnen wird, den Wert 0,8 hat, dann muss mein Glaubensgrad, dass es morgen nicht regnen wird, den Wert 0,2 haben, weil sich die Wahrscheinlichkeit einer Aussage und die ihrer Negation immer zu 1 summiert. Zur Begründung wird gezeigt, dass gegen einen Agenten, dessen Glaubensgrade nicht synchron kohärent sind, ein so genanntes Dutch-Book-Argument gemacht werden kann: Demnach wird er in einer Wettsituation, in der die Wettquote an den entsprechenden Glaubensgrad gekoppelt ist, immer verlieren (Skyrms 2000; zu weiteren Gründen für die Identifikation von Glaubensgraden mit Wahrscheinlichkeiten: Christensen 1996, Leitgeb & Pettigrew 2010a, 2010b, Joyce 1998, 2003).
Die Glaubensgrade eines Agenten sind darüber hinaus auch diachron kohärent, wenn auch die ursprünglichen und die durch Lernen neuer Belege veränderten Glaubensgrade auf solche Weise zusammenpassen, dass kein Dutch-Book-Argument aufgemacht werden kann. Dazu gibt es zahlreiche Vorschläge: (a) Wenn die neuen Belege E als wahr angesehen werden, dann ergibt sich der neue Glaubensgrad einer Hypothese H aus dem alten Glaubensgrad durch Anwendung des Prinzips der Konditionalisierung:

$$P'(H) = P(H|E)$$

Dabei ist P das ursprüngliche und P' das neue Wahrscheinlichheitsmaß. (b) Wenn den Belegen E selbst nur eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zukommt (die Beleglage also unsicher ist), dann ergibt sich der neue Glaubensgrad einer Hypothese H aus dem alten Glaubensgrad durch Anwendung einer Regel, die "Jeffrey-Konditionalisierung" genannt wird (Joyce 2003):

$$P'(H) = P(H|E)\,P'(E) + P(H|\neg E)\,P'(\neg E)$$

Während synchrone Kohärenz weitgehend unumstritten ist, ist die Plausibilität der zur Begründung von diachroner Kohärenz vorgeschlagenen Dutch-Book-Argumente auch im Bayesianismus strittig (Howson 2003, Weisberg 2009). Einige Autoren sehen probabilistische Kohärenz in Analogie zur Bedingung deduktiver Konsistenz in der Logik. Dabei entspricht die Konsistenzbedingung der klassischen Logik gerade der probabilistischen Kohärenz für Glaubensgrade. Die Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie sind dann Gesetze, nach denen sich rationale Glaubensgrade zu richten haben (Howson 2007). Das

[1]Ein leicht erweiterte Version dieses Artikels erscheint in J. Mittelstraß (ed.), *Enzyklopädie der Wissenschaftsphilosophie und analytischen Philosophie*, Band. 4, Stuttgart: Metzler 2010.

macht auch verständlich, warum manchmal der Ausdruck “probabilistische Konsistenz” statt “probabilistische Kohärenz” verwendet wird.

(2) Probabilistische Kohärenz als Eigenschaft einer Aussagenmenge: Während der Kohärenzbegriff in der (nicht-formalen) Kohärenztheorie der Rechtfertigung nur vage bestimmt wird, gelangt die Bayesianische Erkenntnistheorie mit Hilfe wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden zu einer präziseren Bestimmung des Begriffs. Daran anschließend können Probleme untersucht werden, die mit den Mitteln der traditionellen Erkenntnistheorie (wie der Begriffsanalyse) nur schwer oder gar nicht behandelbar sind. Dazu zählt die Frage, ob und, wenn ja, unter welchen Bedingungen die Kohärenz einer Aussagenmenge ein Indikator für deren Wahrheit ist.
Die Formalisierung des Kohärenzbegriffs gründet auf zwei epistemischen Intuitionen: (R) Kohärenz beinhaltet positive Relevanz zwischen den Elementen der betreffenden Aussagenmenge und (O) Kohärenz beinhaltet eine relative Überlappung dieser Aussagen im Wahrscheinlichkeitsraum. (R) drückt aus, dass sich die Elemente einer kohärenten Aussagenmenge gegenseitig stützen. So sind z. B. Mengen, in denen es positive induktive Beziehungen zwischen den Aussagen gibt, kohärenter als Mengen voneinander unabhängiger Aussagen oder Mengen, in denen zwischen verschiedenen Elementen eine negative Relevanzrelation besteht. (O) besagt, dass wir übereinstimmende Aussagen für kohärent erachten. Dies ist nicht zuletzt vor dem Hintergrund eines Zeugen-Szenarios plausibel: Wenn voneinander unabhängige Zeugen eines Verbrechens übereinstimmende Aussagen machen (wie z.B. “der Butler verließ das Schloss mit einem blutigen Messer in der Hand”), dann ist die Menge dieser Aussagen (maximal) kohärent. In diesem Fall überlappen sich die probabilifizierten Aussagen vollständig im Wahrscheinlichkeitsraum, und jede Abweichung davon reduziert die Kohärenz entsprechend.
Kohärenzmaße können danach klassifiziert werden, welche der beiden Intuitionen in der Formalisierung aufgegriffen wird. Zu den reinen Relevanzmaßen zählt das Shogenji-Maß (Shogenji 1999), das die Kohärenz zweier Aussagen A und B relativ zu einem Wahrscheinlichkeitsmaß P wie folgt bestimmt:

$$C_S(A,B) := \frac{P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)\,P(B)}$$

$C_S(A,B)$ misst, wie sehr die angenommene Wahrheit von B die Wahrscheinlichkeit von A erhöht, d. h., wie relevant B für A ist bzw., aufgrund der Symmetrie, wie relevant A für B ist. Der symmetrisierte Ausdruck auf der rechten Seite legt nahe, wie das Shogenji-Maß auf n Aussagen verallgemeinert werden kann. Diese Verallgemeinerung ist jedoch problematisch (Fitelson 2003). Dagegen ist das Glass-Olsson-Maß (Glass 2002, Olsson 2005) ein reines Überlappungsmaß:

$$C_O(A,B) := \frac{P(A \wedge B)}{P(A \vee B)}$$

$C_O(A,B)$ misst die relative Überlappung der beiden Aussagen im Wahrscheinlichkeitsraum. Auch dieses Maß kann in naheliegender Weise auf n Aussagen verallgemeinert werden. Wie sich herausstellt, führt keines dieser (und verwandter) Maße immer zu einer intuitiv richtig erscheinenden Kohärenzordnung von Aussagenmengen (Bovens & Hartmann 2003, Douven & Meijs 2007, Meijs 2005, Siebel 2005). Das legt die Suche nach komplexeren Maßen nahe, die beide Intuitionen – positive Relevanz und relative Überlappung

– berücksichtigen. Dies leistet das Bovens–Hartmann-Maß (2003) und die von I. Douven und W. Meijs (2007) vorgeschlagene Familie von Maßen, welche das Bovens–Hartmann-Maß verallgemeinern.

Im Gegensatz zu den bereits erwähnten Maßen nehmen diese Maße ihren Ausgangspunkt nicht in der direkten Formalisierung einer epistemischen Intuition. Vielmehr wird zunächst gefragt, welche *Funktion* die Kohärenz einer Aussagenmenge hat. Eine naheliegende Antwort darauf ist, dass die Kohärenz einer Aussagenmenge unsere Überzeugung von der Wahrheit dieser Menge erhöht. Wir betrachten dazu eine n-elementige Aussagenmenge $S^{(n)}$ und konstruieren ein Zeugenmodell: Wir nehmen an, dass jede der Aussagen A_i $(i = 1, \ldots, n)$ aus $S^{(n)}$ von genau einem von n (in einem geeignet zu explizierenden Sinn) unabhängigen Zeugen, die alle die gleiche Zuverlässigkeit haben, durch einen Bericht E_i $(i = 1, \ldots, n)$ bestätigt wird. Die Kohärenzmaß-Konstruktion verläuft in drei Schritten: (a) Berechne das Verhältnis der Endwahrscheinlichkeit $P(A_1, \ldots, A_n|E_1, \ldots, E_n)$ zur Ausgangswahrscheinlichkeit $P(A_1, \ldots, A_n|E_1, \ldots, E_n)$. Dabei misst die Endwahrscheinlichkeit die Wahrscheinlichkeit, dass alle n Aussagen wahr sind, nachdem die Zeugen ausgesagt haben. Die Ausgangswahrscheinlichkeit misst die Wahrscheinlichkeit, dass alle n Aussagen wahr sind, bevor die Zeugen ausgesagt haben. Das Verhältnis der beiden ist dann ein Maß für die Steigerung der Überzeugung von der Wahrheit von $S^{(n)}$ aufgrund der bestätigenden Zeugenaussagen. Damit wird der Intuition (R) Rechnung getragen. (b) Normiere dieses Verhältnis so, dass einer Menge von Aussagen, die im Wahrscheinlichkeitsraum vollständig überlappen, maximale Kohärenz zugeschrieben wird. Damit wird der Intuition (O) Rechnung getragen. Die resultierende Funktion kann allerdings kein Kohärenzmaß sein, da sie von der Zuverlässigkeit der Zeugen abhängt; Kohärenz ist jedoch eine (interne) Eigenschaft einer Aussagenmenge und muß somit unabhängig von der Zuverlässigkeit der (externen) Zeugen sein. (c) Diesem Problem wird mit der Forderung begegnet, daß eine Aussagenmenge $S^{(n)}$ genau dann kohärenter sei als eine Aussagenmenge $S'^{(n)}$, wenn der normierte Quotient aus Endwahrscheinlichkeit und Ausgangswahrscheinlichkeit für alle Zuverlässigkeitswerte bei $S^{(n)}$ größer ist als bei $S'^{(n)}$.

Neben den erwähnten Maßen probabilistischer Kohärenz gibt es noch weitere, wie das Fitelson-Maß (Fitelson 2003). Allerdings werfen alle bislang vorgeschlagenen Maße Probleme auf (Meijs & Douven 2005, Bovens & Hartmann 2005). Damit ist die Frage nach dem "richtigen" Kohärenzmaß noch offen. Das liegt nicht zuletzt daran, dass hier unterschiedliche epistemische Intuitionen aufeinandertreffen. In diesem Zusammenhang ist es interessant, die vorgeschlagenen Maße mit Daten aus kognitionswissenschaftlichen Experimenten zu konfrontieren (Harris & Hahn 2009). Insgesamt stellt die geschickte Verbindung von empirischen Studien, formaler Modellbildung und Begriffsanalyse eine vielversprechende Herausforderung für die Erkenntnistheorie dar.

Trotz der erwähnten Probleme hat die formale Untersuchung des Kohärenzbegriffs zu einer Reihe wichtiger Einsichten geführt. So wurde z. B. unter Verwendung der vorgeschlagenen Maße untersucht, unter welchen Bedingungen Kohärenz ein Indikator für Wahrheit ist. Im Rahmen von Zeugenmodellen ist zunächst intuitiv klar, dass Kohärenz ein um so besserer Indikator für Wahrheit ist, je unabhängiger die Zeugen sind. Weiterführende Fragen sind: Unter welchen Bedingungen hat die kohärentere von zwei Aussagenmengen die höhere Endwahrscheinlichkeit, nachdem unabhängige Zeugen bestätigende Berichte abgegeben haben? Und: Gibt es überhaupt ein Kohärenzmaß, das als Wahrheitsindikator dienen kann? Hinweise zur Beantwortung dieser Fragen liefern zwei Unmöglichkeitstheoreme, welche zeigen, dass es kein Kohärenzmaß gibt, das eine bestimmte Reihe von plausiblen Anforderungen erfüllt. Während E. Olsson (2005) auf der Grundlage eines von ihm bewiesenen Unmöglichkeitstheorems zu dem Schluss gelangt, dass Kohärenz kein Indikator für Wahrheit ist, argumentieren L. Bovens und S. Hartmann (2003, 2005, 2006), dass das negative Resultat des von ihnen gefundenen Unmöglichkeitstheorems unter der Annahme vermieden werden kann, dass Aussagenmengen nicht immer nach ihrem Kohärenzgrad geordnet werden können. In bestimmten Fällen ist Kohärenz jedoch ein Indikator für Wahrheit, und zwar in folgendem Sinne: Wenn zwei gleichmächtige Aussagenmengen die gleiche Ausgangswahrscheinlichkeit haben und nach ihrem Kohärenzgrad geordnet werden können, dann hat die kohärentere der beiden bei gleicher Zuverlässigkeit der Zeugen auch die höhere Endwahrscheinlichkeit (Olsson 2007).

Literatur:

Armendt, B. (1980). Is there a Dutch Book Argument for Probability Kinematics?, *Philosophy of Science* 47, 583–588.

BonJour, L. (1985). *The Structure of Empirical Knowledge*, Cambridge Mass.

Bovens, L. & S. Hartmann (2003). *Bayesian Epistemology*, Oxford (dt. *Bayesianische Erkenntnistheorie*, Paderborn 2006).

Bovens, L. & S. Hartmann (2003). Solving the Riddle of Coherence, *Mind* 112, 601–633.

Bovens, L. & S. Hartmann (2005). Why there Cannot Be a Single Probabilistic Measure of Coherence, *Erkenntnis* 63, 361–374.

Bovens, L. & S. Hartmann (2005). Coherence and the Role of Specificity. A Response to Meijs and Douven, *Mind* 114, 365–369.

Bovens, L. & S. Hartmann (2006). An Impossibility Result for Coherence Rankings, *Philosophical Studies* 128, 77–91.

Bovens, L. & S. Hartmann (2007). (eds.), Bayesian Epistemology, *Synthese* 156, H. 3 (Sonderheft).

Carnap, R. (1971). *Logical Foundations of Probability*, Chicago.

Christensen, D. (1996). Dutch-Book Arguments Depragmatized. Epistemic Consistency for Partial Believers, *Journal of Philosophy* 93, 450–479.

De Finetti, B. (1995). *Theory of Probability. A Critical Introductory Treatment* I–II, New York (dt. *Wahrscheinlichkeitstheorie. Einführende Synthese mit kritischem Anhang*, Wien 1981).

De Finetti, B. (1972). *Probability, Induction, and Statistics. The Art of Guessing*, London.

Diaconis, P. & S. L. Zabell (1982). Updating Subjective Probability, *Journal of the American Statistical Association* 77, 822–830.

Dietrich, F. & L. Moretti (2005). On Coherent Sets and the Transmission of Confirmation, *Philosophy of Science* 72, 403–424.

Douven & W. Meijs (2007). Measuring Coherence, *Synthese* 156, 405–425.

Earman, J. (1996). *Bayes or Bust? A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory*, Cambridge Mass.

Field, H. (1978). A Note on Jeffrey Conditionalization, *Philosophy of Science* 45, 361–367.

Fitelson, B. (2003). A Probabilistic Theory of Coherence, *Analysis* 63, 194–199.

van Fraassen, B. C. (1999). Conditionalization, a New Argument for, *Topoi* 18, 93–96.

Gähde, U. & S. Hartmann (eds.) (2005). Coherence, Truth and Testimony, *Erkenntnis* 63, H. 3 (Sonderheft), Neudruck Berlin 2006.

Glass, D. H. (2002). Coherence, Explanation, and Bayesian Networks, in: M. ONeill u.a. (eds.), *AICS 2002, LNAI 2464*, Berlin, 177–182.

Glass, D. H. (2007). Coherence Measures and Inference to the Best Explanation, *Synthese* 157, 275–296.

Greaves, H. & D. Wallace (2006). Justifying Conditionalization. Conditionalization Maximizes Expected Epistemic Utility, *Mind* 115, 607–632.

Harris, A. J. & U. Hahn (2009). Bayesian Rationality in Evaluating Multiple Testimonies. Incorporating the Role of Coherence, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition* 35, 1366–1373.

Howson, C. (1998). The Bayesian Approach, in: D. M. Gabbay & P. Smets (eds.), *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems* I, Dordrecht, 111–134.

Howson, C. (2003). *Humes Problem. Induction and the Justification of Belief*, Oxford.

Howson, C. (2007). Logic with Numbers, *Synthese* 156, 491–512.

Howson, C. & P. Urbach (2006). *Scientific Reasoning. The Bayesian Approach*, La Salle.

Jeffrey, R. (1990). *The Logic of Decision*, Chicago (dt. *Logik der Entscheidungen*, Wien 1967).

Jeffrey, R. (1983). Bayesianism with a Human Face, in: J. Earman (ed.), *Testing Scientific Theories*, Minneapolis, 133–156.

Jeffrey, R. (1992). *Probability and the Art of Judgment*, New York.

Joyce, J. M. (1998). A Nonpragmatic Vindication of Probabilism, *Philosophy of Science* 65, 575–603.

Joyce, J. M. (2003). Bayes Theorem, *Stanford Encyclopedia of Philosophy.*

Joyce, J. M. (2005). How Probabilities Reflect Evidence, *Philosophical Perspectives* 19, 153–178.

Joyce, J. M. (2009). Accuracy and Coherence. Prospects for an Alethic Epistemology of Partial Belief, in: F. Huber & C. Schmidt-Petri (eds.), *Degrees of Belief*, Dordrecht, 263–297.

Leitgeb, H. & R. Pettigrew (2010a). An Objective Justification of Bayesianism I: Measuring Inaccuracy, *Philosophy of Science* 77, 201-235.

Leitgeb, H. & R. Pettigrew (2010b). An Objective Justification of Bayesianism II: The Consequences of Minimizing Inaccuracy, *Philosophy of Science* 77, 236-272.

Levi, I. (2002). Money Pumps and Diachronic Books, *Philosophy of Science* 69, S235–S247.

Lewis, D. (1980). A Subjectivists Guide to Objective Chance, in: R. C. Jeffrey (ed.), *Studies in Inductive Logic and Probability* II, Berkeley, 263–293.

Maher, P. (1992). Diachronic Rationality, *Philosophy of Science* 59, 120–141.

Meijs, W. (2005). *Probabilistic Measures of Coherence*, Diss. Rotterdam.

Meijs, W. (2007). A Corrective to Bovens and Hartmanns Measure of Coherence, *Philosophical Studies* 133, 151–180.

Meijs, W. & I. Douven (2005). Bovens and Hartmann on Coherence, *Mind* 114, 355–363.

Meijs, W. & I. Douven (2007). On the Alleged Impossibility of Coherence, *Synthese* 157, 347–360.

Moretti, L. (2007). Ways in which Coherence is Confirmation Conducive, *Synthese* 157, 309–319.

Moretti, L. & K. Akiba (2007). Probabilistic Measures of Coherence and the Problem of Belief Individuation, *Synthese* 154, 73–95.

Myrvold, W. C. (2003). A Bayesian Account of the Virtue of Unification, *Philosophy of Science* 70, 399–423.

Oaksford, M. & N. Chater (2007). *Bayesian Rationality. The Probabilistic Approach to Human Reasoning*, Oxford.

Olsson, E. J. (2002). What Is the Problem of Coherence and Truth?, *Journal of Philosophy* 99, 246–272.

Olsson, E. J. (2005). Against Coherence. Truth, Probability, and Justification, Oxford 2005.

Olsson, E. J. (ed,) (2007). Coherence and Truth. Recovering from the Impossibility Results, *Synthese* 157, H. 3 (Sonderheft).

Papineau, D. (1989). Probability and Normativity, *Behavioral and Brain Science* 12, 484–485.

Ramsey, F. P. (1999). Truth and Probability, in: F. P. Ramsey, *Philosophical Papers*, ed. H. Mellor, Cambridge, 52–109.

Schum, D. A. (2001). The Evidential Foundations of Probabilistic Reasoning, Evanston Ill.

Schupbach, J. N. (2005). On a Bayesian Analysis of the Virtue of Unification, *Philosophy of Science* 72, 594–607.

Schupbach, J. N. (2008). On the Alleged Impossibility of Bayesian Coherentism, *Philosophical Studies*, 323–331.

Shogenji, T. (1999). Is Coherence Truth Conducive?, *Analysis* 59, 338–345.

Shogenji, T. (2001). The Role of Coherence in Epistemic Justification, *Australasian Journal of Philosophy* 79, 90–106.

Shogenji, T. (2007). Why Does Coherence Appear Truth-Conducive?, *Synthese* 157, 361–372.

Siebel, M. (2005). Against Probabilistic Measures of Coherence, *Erkenntnis* 63, 335–360.

Skyrms, B. (2000). *Choice and Chance. An Introduction to Inductive Logic*, Belmont (dt. *Einführung in die induktive Logik*, Frankfurt 1989).

Skyrms, B. (1987). Dynamic Coherence and Probability Kinematics, *Philosophy of Science* 54, 1–20.

Skyrms, B. (1993). A Mistake in Dynamic Coherence Arguments?, *Philosophy of Science* 60, 320–328.

Spohn, W. (2009). *Causation, Coherence and Concepts. A Collection of Essays*, Dordrecht.

Teller, P. (1973). Conditionalization and Observation, *Synthese* 26, 218–258.

Teller, P. (1976). Conditionalization, Observation, and Change of Preference, in: W. Harper & C. A. Hooker (eds.), *Foundations of Probability Theory, Statistical Inference, and Statistical Theories of Science* I, Dordrecht, 205–253.

Wagner, C. G. (2002). Probability Kinematics and Commutativity, *Philosophy of Science* 69, 266–278.

Wagner, C. G. (2003). Two Dogmas of Probabilism, in: E. J. Olsson (ed.), *The Epistemology of Keith Lehrer*, Dordrecht, 143–152.

Weisberg, J. (2009). Locating IBE in the Bayesian Framework, *Synthese* 167, 125–143.